Racionális törtfüggvények parciális törtekre bontása

1. Polinomosztás

   Legyen $R(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, ahol f és g valós együtthatós polinomok. Jelölje $\deg f$ az f polinom fokát.

   Ha $\deg f \geq \deg g$, akkor a számlálót elosztjuk a nevezővel. Tehát léteznek olyan s, r polinomok, melyre $f(x) : g(x) = s(x)$, $r(x)$ a maradék, és vagy $r(x) = 0$ vagy $\deg r < \deg g$, azaz $f(x) = g(x) \cdot s(x) + r(x)$, így

   $$\frac{f(x)}{g(x)} = s(x) + \frac{r(x)}{g(x)}.$$

   (Ha $\deg f < \deg g$, akkor ez a lépés kimarad.)

2. A nevező szorzattá alakítása $\mathbb{R}$ felett (gyöktényezős alak)

   A nevező előáll a következő alakban:

   $$g(x) = A \cdot (x - \alpha_1)^{n_1} \dots (x - \alpha_k)^{n_k} (x^2 + b_1 x + c_1)^{m_1} \dots (x^2 + b_l x + c_l)^{m_l},$$

   ahol a másodfokú tényezőknek nincs valós gyöke.

   $A, \alpha_i, b_j, c_j \in \mathbb{R}$, $n_i, m_j \in \mathbb{N}$, $i = 1, \dots, k$, $j = 1, \dots, l$.

3. Parciális törtekre bontás

   A parciális törtek $(x - \alpha)^n$ esetén: $\frac{A_1}{x-\alpha}$, $\frac{A_2}{(x-\alpha)^2}, \dots,$ $\frac{A_n}{(x-\alpha)^n}$, ahol az A_i számok az ismeretlenek, $i = 1, \dots, n$.

   A parciális törtek $(x^2 + bx + c)^m$ esetén: $\frac{B_1 x + C_1}{x^2+bx+c}$, $\frac{B_2 x + C_2}{(x^2+bx+c)^2}, \dots,$ $\frac{B_m x + C_m}{(x^2+bx+c)^m}$, ahol a B_j, C_j számok az ismeretlenek, $j = 1, \dots, m$.

4. A kapcsolódó lineáris egyenletrendszer megoldása

Ajánlott feladatok a Kónyában, 5.3 fejezet.